

高中生数学运算能力的调查研究 —以圆锥曲线教学为例

方有芳^{1*}，黄健²

(¹景德镇市昌江二中，江西 景德镇 333032，²江西师范大学，江西 南昌 330000)

摘要： 数学运算能力是高中数学学习中的核心素养之一。本文通过问卷调查、测试评估、教师访谈与统计分析等方法，探究不同年级高中生数学运算能力的差异。研究结果显示，高中生整体运算能力普遍偏低，但高三学生在经历一轮复习后，其运算能力显著优于高二学生。进一步分析发现，学生的认知结构、教师对运算能力的重视程度以及非智力因素，是影响高中生运算能力的主要因素。基于上述发现，本文结合教学实际，提出了有针对性的教学策略，以期为数学教学改革与运算能力的提升提供理论支持与实践参考。

关键词： 高中生；数学运算能力；年级差异；教学策略

Investigation on the Mathematical Calculation Ability of High School Students: A Case Study of Conic Section Teaching

Fang Youfang^{1*}, Huang Jian²

(¹Changjiang No.2 Middle School, Jingdezhen, Jiangxi, 333032, China)

(²Jiangxi Normal University, Nanchang, Jiangxi, 330000, China)

Abstract: Mathematical calculation ability is one of the core qualities in high school mathematics learning. This paper explores the differences in mathematical calculation ability among high school students of different grades through questionnaire surveys, test evaluations, teacher interviews and statistical analysis. The results show that the overall calculation ability of high school students is generally low, but after a round of review, the calculation ability of senior high school students is significantly better than that of sophomores. Further analysis found that students' cognitive structure, teachers' emphasis on calculation ability and non-intellectual factors are the main factors affecting high school students' calculation ability. Based on the above findings, this paper combines teaching practice and proposes targeted teaching strategies, in order to provide theoretical support and practical reference for mathematics teaching reform and the improvement of calculation ability.

Keywords: High school students; Mathematical calculation ability; Grade differences; Teaching strategies

引言

本研究探讨了数学运算技能的复杂性，认为数学运算能力不仅是一种单一技能的体现，更是运算技巧与逻辑推理等多种能力的有机融合。这种综合能力通常通过解决数学问题的实践逐步培养和提升。为了深入分析高中生数学运算能力的发展状况，本研究采用理论探索与实证研究相结

合的方法。在理论方面，通过系统分析国内外近年关于数学运算能力领域的重要研究成果，明确了研究目标，并据此制定了研究焦点和方法论。在研究方法上，采用混合研究方法设计，通过量化与质性数据的相互补充和验证，确保研究结论的科学性。具体研究方案包括：通过问卷调查、测试和访谈相结合的方式，全面评估高中生在数学运算方面的实际表现。基于收集到的数据，进一步探讨了影响高中生运算技能发展的三大关键因素主要有：教师的教学方法、学生的学习习惯、各个年级差异等。结合调查结果，本研究提出"三位一体"的教学改进方案：注重学生认知结构的发展、注重学生非智力因素的培养以及数学思想方法的渗透，以促进高中生数学运算能力的提高。研究的具体实施步骤如下：

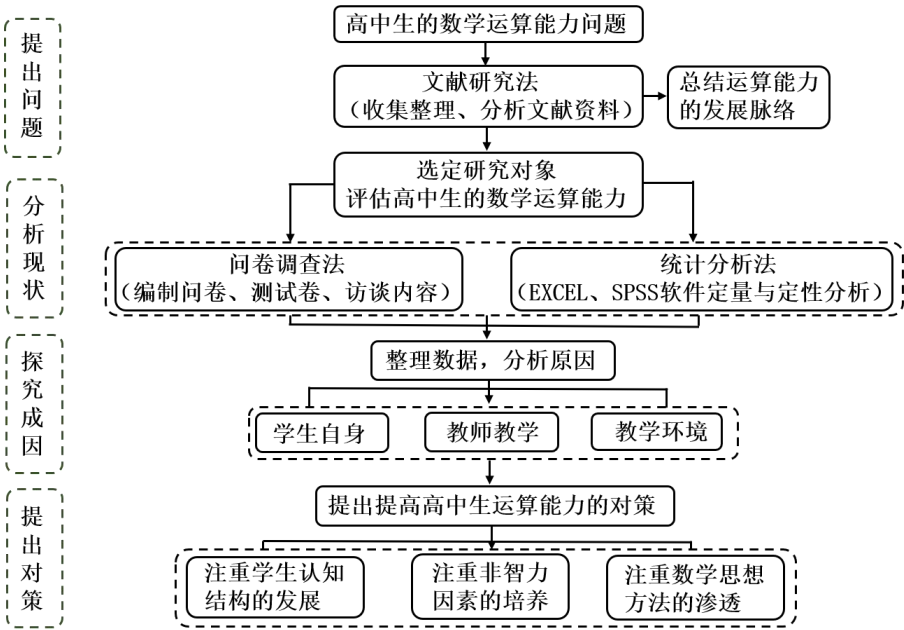


图 1 研究框架图

1.问题的提出

1.1. 当前现状

高中生数学运算能力是数学核心素养的重要组成部分，已成为教育研究领域关注的重点。通过文献梳理发现，国内外学者围绕数学运算能力及其教学方法开展了多维度的研究^[1]。国外研究中，美国《数学教育标准（2000）》强调减少对计算器的依赖，注重手算技巧与逻辑推理能力^[2]；日本和英国则更关注学生综合能力的培养，通过教学改革与数学竞赛等方式提升数学运算水平^[3]。同时，克鲁捷茨基等心理学家提出，数学能力是一种涵盖多种心理特质的综合能力，需要通过理解和创造性学习得以提升^[4]。国内学者聚焦于数学运算能力的构建与培养，归纳出其关键要素，如规则运用、公式变换、解题路径选择和估算技巧，并探讨了性别差异、文化背景及班级环境等对运算能力的影响。

关于圆锥曲线教学的研究，国内外学者从其定义、几何特性及教学策略等多角度进行了深入探讨^[5]。研究表明，通过“实践—探索—学习”模式、APOS 理论、建构主义和 MPCK 理论等创新教学方法，能在一定程度上提升学生学习兴趣和运算能力。然而，高中生在圆锥曲线学习中仍然面临运算过程复杂性和问题多样性等挑战。尽管数学运算能力与圆锥曲线教学已有大量独立研究，但将两者结合起来进行探讨的研究较为稀缺。基于此，为弥补研究空白，本文通过综合理论与实践，探讨高二和高三学生数学运算能力的现状及影响因素，并提出针对性教学策略，为数学教学实践提供有力指导。

1.2. 研究目的及意义

本研究旨在通过问卷调查、解题测试和教师访谈等多种方式，评估高中生数学运算能力，深

入分析学生在解决数学问题时的表现与不足。研究的主要目标包括以下几点：1.了解学生运算能力现状：通过数据分析，全面评估学生在数学运算中的表现，揭示年级间差异及存在的问题。2.识别运算过程中的关键问题：通过分析学生的解题过程，发现错误产生的根源，帮助教师调整教学策略。3.促进学生反思与提升：通过学生反思解题错误，增强他们解决问题的能力，提升数学学习的信心与兴趣。4.提出针对性教学策略：在掌握学生运算能力现状的基础上，提出科学有效的教学方法，以更好地培养学生的数学素养。

2.研究对象与方法

2.1. 研究对象

本研究的目标群体为高中学生，样本选取了笔者所在单位的部分高二和高三学生。具体如下表 1:

表 1 调查对象层次人数分布情况

问卷调查				测试卷		
	班级个数	人数	%	班级个数	人数	%
高二	5	270	56.49	2	104	50.49
高三	4	208	43.51	2	102	49.51
总计	9	478	100	4	206	100

2.2 .研究方法

1.问卷调查法。采用分层随机抽样选取了部分高二和高三学生，问卷发放共 478 份，其中高二问卷 270 份，高三问卷 208 份。

2.访谈法。笔者在工作单位随机访谈了 5 名数学教师，访谈过程中采取自由式问答，记录教师对数学运算能力培养的实际经验和改进建议。

3.统计分析法。对所回收问卷及测试题的各项数据采用 SPSS 统计软件进行处理分析^[6]。

3.研究结果与分析

3.1. 高中生数学运算能力调查的情况分析

(1) 运算基础对运算能力的影响

根据表 2 的数据分析，高中生在数学运算基础上的薄弱表现较为突出，无论是高二还是高三的学生，大多数对自己的运算能力评价不高。具体来看，高二学生中有 62.2%认为自己的计算能力较弱，而高三学生中这一比例为 59.2%。尽管高三学生经过一轮复习后对自己的运算能力有所提升，但整体仍存在较大的改进空间。无论是刚开始学习圆锥曲线的高二学生，还是已完成系统复习的高三学生，在解题过程中仍然难以保证每一步计算的准确性，运算基础的薄弱直接影响了学生整体的解题效果。

表 2 运算基础对运算能力的影响

调查内容	高二 (%)	高三 (%)
你觉得你的运算能力如何？		
A.好	A.14.3	A.15.7
B.一般	B.18.1	B.15.9
C.不好	C.62.2	C.59.2
D.很差	D.5.4	D.9.2
你在处理与圆锥曲线相关的问题时，你是否感觉计算部分耗费了很多时间？		
A.多，认为大量时间都被用于进行运算	A.43.7	A.40.7
	B.37.2	B.39.4
	C.19.1	C.19.9

- B.有时候耗时多，有时则不然。对于简单题目，不需要太多时间来完成运算，但是对于较为综合的题目，计算部分则需要花费很多的时间
- C.不多，掌握合适思路或方法，运算过程就很快

(2) 思想方法对运算能力的影响

数学思想方法是解决数学问题的核心，它不仅反映了学生对数学原理的深刻理解，也直接影响了学生的解题思路和运算能力^[7]。表 3 的数据揭示，大多数学生在数学运算中出错的主要原因是缺乏清晰的解题策略和思路。其中，高二学生中有 60.8%存在这一问题，而高三学生的比例略高，为 63.6%。尽管高三学生对部分解题技巧更加熟悉，但在运算过程中仍常因思路不清或策略不当而出错。同时，超过 86%的学生认同，数学思维方法的掌握对提高运算能力有显著作用。具体来说，深刻理解数学概念、灵活运用解题技巧，不仅能够有效减少运算错误，还能显著提升运算效率。因此，培养学生的数学思维模式、帮助他们形成系统的解题策略，是提升运算能力的关键环节。

表 3 思想方法对运算能力的影响

调查内容	高二 (%)	高三 (%)
你认为导致自己在计算中频繁出错的原因是什么？		
A.对概念理解不清	A.18.1	A.13.9
B.对计算原理和规则掌握不足	B.21.1	B.22.5
C.数学解题方法和思路模糊	C.60.8	C.63.6
你觉得数学思想，数学方法会影响你的运算能力吗？		
A.会	A.86.5	A.87.3
B.不会	B.13.5	B.12.7

(3) 教师对运算能力的影响

在备战高考的压力下，教师的教学重点更多倾向于传授解题技巧，而对运算能力的培养相对忽视。调查结果显示，大部分教师并未特别强调数学运算能力的重要性^[8]。在高二年级，仅有 26.7%的教师展示了与圆锥曲线定义相关的运算推导过程，而在高三年级，这一比例仅为 24.9%。因此，教师在教学中应更加注重运算能力与解题技巧的双重培养，以全面提升学生的数学核心素养。

表 4 教师对运算能力的影响

调查内容	高二 (%)	高三 (%)
在课后，教师是否经常展示推导圆锥曲线相关定义的运算过程？		
A.会	A.23.8	A.22.8
B.偶尔	B.62.5	B.61.5
C.不会	C.13.7	C.15.7

(4) 非智力因素对运算能力的作用

根据表 5 的调查数据，非认知因素对学生数学运算能力的影响同样不容忽视。其中，高二学生中有 73.5%认为良好的学习习惯是提升运算能力的关键，高三学生中占比为 74.1%。良好的学习习惯能够帮助学生在平时的练习中形成扎实的运算能力，避免因马虎或粗心导致的错误。此外，学生的自信心对数学运算能力的发挥也具有显著影响，高二学生中有 86.3%，高三学生中有 85.5%认同这一点。自信心较强的学生在解题过程中更加果断，从而减少运算中的犹豫与错误，而缺乏自信的学生往往容易怀疑自己的判断，进而影响运算效率。因此，在教学过程中，教师应关注学生学习习惯的培养和自信心的建立，为提升学生数学运算能力创造良好的心理和行为环境。

表 5 非智力因素对运算能力的作用

调查内容	高二 (%)	高三 选项 (%)
你觉得平时的学习习惯对你运算能力的影响大吗?		
A.大	A.73.5	A.74.1
B.一般	B.25.3	B.25.1
C.不大	C.1.2	C..0.8
如果基本能保证做对的情况下, 你做题的信心会不会提高?		
A.会	A.86.3	A.85.5
B.不会	B.13.7	B.14.5

3.2. 高中生数学运算能力的测试情况分析

本研究针对高二和高三学生的数学运算能力开展了测试研究。采用分层随机抽样方法，共发放圆锥曲线专题测试卷 206 份，其内容系统覆盖了圆锥曲线的标准方程求解、几何性质应用、参数关系推导等核心题型，全面考查学生不同认知层次题目中的运算表现。测试结果显示：基础题型表现差异上，高二和高三学生在前两道基础题中的表现相对较好，反映出他们对基本概念的掌握较为扎实；并且高三学生在基础题型的平均分显著高于高二学生，这也印证了复习对知识巩固的有效性。综合题型表现差异上，高二和高三学生面对“圆锥曲线的几何性质、参数关系推导”等综合题都存在比较大的困难，两类学生得分普遍偏低，并且得分差距缩小，说明复杂情境下的运算仍是共同短板。这一发现揭示了当前圆锥曲线教学中存在的深层问题：虽然通过系统复习可以有效提升学生对基础知识的掌握程度，但在培养学生将几何直观与代数运算有机结合的高阶思维能力方面，仍存在明显的教学不足。

通过进一步的标准差分析发现，高三学生的成绩分布更为集中，而高二学生的成绩分化较为明显。这表明，高三学生经过一轮复习后，运算能力整体有所提升，但其提升效果主要体现在基础运算的稳定性和准确性上，而在复杂运算和综合题目中仍存在较大改进空间。此外，测试还反映出学生不同知识点的掌握程度不均衡。部分学生在圆锥曲线相关知识的解题中表现较差，尤其在涉及多步骤运算的题目中更容易出现错误。这说明学生对高考综合性题目的适应能力仍需进一步提高。

综合以上分析可以得出，高中生的数学运算能力整体较低，且在综合题目中表现出明显差异。为此，未来的教学策略应着重从运算基础的巩固、数学思想方法的培养以及非智力因素的优化入手，通过有针对性的教学实践全面提升学生的数学运算能力。

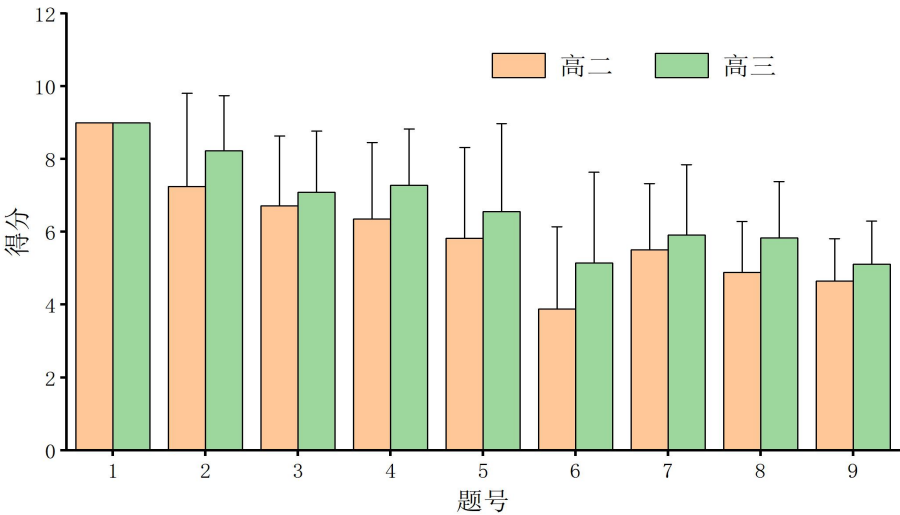


图 2 高二与高三各题得分情况

3.3. 教师访谈分析

本研究通过设计三个核心问题，对实习学校数学组的五位教师进行了深入访谈，探讨了圆锥曲线教学中的难点、学生数学运算能力现状及提升策略。以下是访谈的结果分析：

问题一：在讲解圆锥曲线单元时，您的学生遇到了哪些难题？

多数教师认为，圆锥曲线单元是高中数学中较难的内容之一，知识点多且计算复杂，学生在学习过程中经常遇到困难。首先，不同类型的圆锥曲线（如抛物线、椭圆和双曲线）的定义、性质及公式容易被混淆，学生难以准确区分。其次，当圆锥曲线的题目与其他知识点（如向量、不等式、函数）结合时，问题的综合性和复杂性会进一步加大难度，学生在此类题目中往往得分较低。此外，教师还指出，学生的心理状态对其学习表现有显著影响。在面对较难的运算题目时，部分学生容易产生畏难情绪，缺乏直面挑战的勇气和解题的自信心，从而进一步影响其解题效率和准确性。

问题二：您如何评价学生的运算能力？哪些因素影响他们的运算能力？

受访教师普遍认为，学生的数学运算能力呈现明显的两极分化。一部分学生在初中阶段便形成了良好的学习习惯和推理能力，能够在运算中保持严谨和高效，这些学生通常在数学考试中表现出色；而另一部分学生则在解题中存在诸多问题，如运算规范性不足、思维不够严谨、缺乏独立思考的习惯，导致频繁因粗心或逻辑错误而失分。教师认为，运算能力受多方面因素影响，其中包括学生的数学基础、学习习惯、逻辑思维能力以及非智力因素（如学习态度、自信心）。此外，教师指出，学生在日常练习中对解题过程的关注不足，过分依赖参考答案和计算器，也会削弱其自主运算能力。

问题三：如何提升学生的运算能力？

对于提升学生运算能力的策略，受访教师一致认为需要从学生和教师两个层面共同努力。首先，教师应注重学生自信心的培养，帮助他们克服畏难情绪，端正学习态度。通过提供适量的引导和支持，让学生在掌握基本知识的基础上逐步提高练习频率和难度，以培养扎实的解题能力和思路。其次，教师在课堂教学中应加强对解题方法和运算过程的指导，强调规范性和严谨性，注重学生在实际操作中的独立思考能力。同时，学校应为学生创造良好的学习环境，包括提供丰富的数学资源，如适当使用计算器、网络课程和参考答案，帮助学生补充知识、验证解题过程和提高运算效率。此外，教师建议在课堂教学中结合多样化的教学方法，例如通过合作学习、小组讨论和专题讲座，激发学生的数学兴趣，从而在整体上提升学生的数学运算能力。

通过上述访谈分析，学生在圆锥曲线学习中面临的困难与其运算能力的不足密切相关，而教师的教学策略、学生的学习习惯及其心理因素在提升运算能力方面起着关键作用。结合访谈结果，未来的教学实践应从心理建设、解题指导和学习环境优化等多方面入手，为学生数学运算能力的全面提升提供有力支持。

4. 结论与建议

通过问卷、测试和教师访谈的分析，本研究发现，高中生数学运算能力整体较低，主要表现为运算基础薄弱、数学思想理解不足以及非智力因素的制约。这些问题与学生个人、教师教学方式和外部学习环境密切相关。基于以上研究结果，本文提出了以下建议，以期提升高中生数学运算能力提供理论支持和实践指导。

（1）注重学生认知结构的系统性发展

认知结构的构建是提升数学运算能力的基础^[9]。《数学辞海》指出，运算能力的提高依赖于学生对运算对象特性与规则的深刻理解^[10]。数学运算是一个从具体到抽象、由浅入深的渐进过程，学生只有在扎实掌握基础知识的前提下，才能逐步适应高阶运算的要求^[11]。教师在教学中应注重学生对基础理论的掌握和基本技能的熟练应用，例如在圆锥曲线教学中，可以通过逐步引导学生掌握抛物线、椭圆和双曲线的几何意义和代数表达，帮助其构建系统化的知识框架。通过夯实认知基础，学生能够更高效地解决复杂问题，并进一步提升综合运算能力。

（2）加强数学思想方法的渗透与培养

数学思想方法是数学学习的核心，它贯穿于数学知识的构建与问题解决的全过程^[12]。数形结合、转化、分类讨论和类比等思想，不仅是攻克数学难题的重要工具，也是培养学生数学思维的

重要途径^[13]。教师在教学中应超越单纯的题型讲解和技巧训练,注重数学思想的引导。例如,在解决圆锥曲线与直线位置关系问题时,可通过分类讨论和数形结合,帮助学生从不同角度理解问题本质,从而提高其分析问题和解决问题的能力。同时,数学思想的渗透有助于学生摆脱机械模仿,培养其灵活应用知识的能力,最终实现创新意识的提升。

(3) 重视非智力因素的作用

非智力因素在数学学习中起着关键作用,对运算能力的提升尤为重要^[14]。

激发学生运算兴趣:兴趣是学习的驱动力。教师应注重将数学与生活相结合,通过实际情境激发学生对运算的兴趣。例如,在讲解圆锥曲线时,可以结合卫星轨道、人造圆顶等现实案例,展示数学在实际生活中的应用价值,使学生在体验中感受到数学的意义,从而激发学习动力。

培养良好的学习习惯:良好的学习习惯是提高运算能力的重要保障^[15]。学生在解题过程中应养成使用草稿本的习惯,将运算过程完整记录下来,以确保思路清晰、计算准确。同时,教师应鼓励学生在日常练习中注重规范化和系统性,通过长期的规范训练,帮助学生逐步提升运算能力。

增强学生的自信心:自信心是学生面对数学学习挑战的重要心理支撑。部分学生在解题过程中因缺乏信心而避开难题或半途而废。教师应结合学生的实际水平,设计适合其能力的练习任务,并在教学中给予及时鼓励和支持,让学生在解决问题的过程中逐步建立自信心,增强其自我效能感,从而提高其数学运算能力。

本研究在数据收集过程中存在一定的局限性。首先,受研究条件和时间所限,调查样本量和覆盖范围相对有限,可能影响研究结论的广泛代表性。其次,尽管我们通过问卷、测试卷及教师访谈进行了多角度数据采集,但受限于实际条件,未能进行更大规模的抽样或跨区域比较,未来研究可进一步扩大样本范围以提高外部效度。此外,本研究编制的测试题虽基于课程标准和教学目标设计,但其对学生运算能力的评估可能存在一定的测量偏差。由于测试对象集中于特定学校群体,结果推广至其他教学环境时需谨慎。在后续研究中,我们将优化测评工具,并结合长期追踪数据,以更全面地反映学生的真实能力水平。

参考文献:

- [1] Joke Voogt, Natalie Pareja Roblin. A comparative analysis of international frameworks for 21st century competences: Implications for national curriculum policies [J]. Journal of Curriculum Studies, 2012(3):299-321.
- [2] 张楠.中美义务教育数学课程标准“统计与概率”领域的比较研究[J].数学教育学报,2014,23(01):88-91.
- [3] Erratum to: Milk Containing BF-7 Enhances the Learning and Memory, Attention, and Mathematical Ability of Normal Persons [J]. Food science of animal resources, 2020,40(5):860-861.
- [4] 克鲁捷茨基著,李伯黍等译.中小小学数学能力心理学[M].上海教育出版社,1983.
- [5] 汪晓勤.从古希腊几何难题引出的数学问题[J].数学通报,2021,60(03):8-12.
- [6] 魏佳鑫.基于高中生数学运算素养的调查与研究[D]:[硕士学位论文].重庆:西南大学数学系,2021.
- [7] 李建良.以数学思想方法为核心的单元整体教学设计与实施[J].教学与管理,2024(11):52-56.
- [8] 赵娜.国际数学课程标准对核心素养的关注与启示[J].教育导刊,2021(02):83-89.
- [9] 周小花.例谈学生数学认知结构的完善途径[J].数学教学通讯,2021(04):41-42.
- [10] 张颖瑜.论数学文化对学生认知的影响[J].教育教学论坛,2020(21):132-134.
- [11] 赵娜.国际数学课程标准对核心素养的关注与启示[J].教育导刊,2021(02):83-89.
- [12] 陶小玉.例谈数形结合思想方法在数学教学中的应用与思考[J].数学教学通讯 2024(03):72-74.
- [13] 安宝琴.浅谈“化归与转化思想”在高中数学解题中的应用[J].数学学习与研究,2015(03):93.
- [14] 顾建峰.高中生数学运算能力的问题与对策研究[D]:[硕士学位论文].重庆:重庆师范大学数学系,2012.
- [15] 陈清先.高中生数学运算能力的现状及教学策略研究[J].数学学习与研究,2023(14):74-76.